



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA

Jabatan Pendidikan Negeri Melaka

#jpnmelakajenamakerajaan01

PROJEK KM²

@ KEMENJADIAN MURID MELAKA

**MODUL DLP
KSSM**

**MATEMATIK
TAMBAHAN**
TINGKATAN 4

2021

FASA 1

NAMA MURID :

NAMA KELAS :

NAMA GURU :



“PENDIDIKAN BERKUALITI, INSAN TERDIDIK, NEGARA SEJAHTERA”



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA
Jabatan Pendidikan Negeri Melaka

#jpnmelakajenamakerajaanno1

PRAKATA

PENGARAH JABATAN PENDIDIKAN MELAKA

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



Alhamdulillah, dengan izin dan inayah-Nya, modul di bawah Projek Kemenjadian Murid Melaka atau Modul @ KM² Sijil Pelajaran Malaysia bagi tahun 2021 telah dihasilkan. Rakaman penghargaan yang tidak terhingga kepada guru-guru yang sentiasa menghulurkan sokongan dan bantuan kepada Jabatan Pendidikan Melaka dalam mengimplementasikan misi dan visi jabatan.

Bersama-samalah kita dengan prinsip *open the new horizon*, menilai dan menganalisis strategi dan taktikal agar dapat melakukan penambahbaikan dalam pendidikan. Prinsip ini menjadi batu loncatan dan motivasi untuk kita melakukan inisiatif dan tindakan yang mencabar proses atau *challenge the process*. Guru mesti mempunyai hasrat yang tinggi dan penuh keterujaan untuk melihat prestasi murid maju secara holistik. Oleh itu, penghasilan Modul @ KM² merupakan salah satu strategi untuk membantu peningkatan pencapaian murid-murid negeri Melaka yang berimpak tinggi dan selari dengan slogan kita "Pendidikan Berkualiti, Insan Terdidik, Negara Sejahtera."

Pihak Jabatan Pendidikan Melaka dengan seikhlasnya merakamkan ucapan penghargaan dan terima kasih yang tidak terhingga kepada guru-guru pakar yang telah berusaha dengan begitu gigih untuk menghasilkan modul ini khususnya untuk dimanfaatkan oleh kelompok sasaran agar murid-murid dapat menguasai kemahiran dengan lebih efektif. Usaha gigih dan komitmen daripada semua yang terlibat menggambarkan kualiti pendidik di Melaka berada pada tahap yang sungguh cemerlang. Teruskanlah usaha murni dengan menyediakan modul-modul yang berinovasi serta kompetitif yang memberi impak besar kepada kecemerlangan murid-murid di negeri Melaka.

Semoga matlamat dan hasrat murni ini dapat membantu murid-murid menggapai cita-cita mereka untuk cemerlang dalam peperiksaan Sijil Pelajaran Malaysia nanti. Insya-Allah.

Sekian, wassalam.

Dr. Mohd Azam Bin Ahmad
Pengarah
Jabatan Pendidikan Melaka

"PENDIDIKAN BERKUALITI, INSAN TERDIDIK, NEGARA SEJAHTERA"



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA
Jabatan Pendidikan Negeri Melaka

#jpnmelakajenamakerajaanno1

PRAKATA

TIMBALAN PENGARAH SEKTOR PEMBELAJARAN JABATAN PENDIDIKAN MELAKA

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



Syukur ke hadrat Allah SWT kerana dengan izin dan kurnia-Nya, penghasilan modul di bawah Projek Kemenjadian Murid Melaka atau Modul @ KM² bagi tahun 2021 dapat direalisasikan. Ini merupakan usaha khasnya Sektor Pembelajaran dengan guru-guru pakar negeri Melaka dalam menterjemahkan hasrat Kementerian Pendidikan Malaysia untuk menyediakan dan melahirkan murid-murid yang menguasai kemahiran serta kelayakan dalam persaingan dunia realiti.

Bagi mengangkat martabat pendidikan negeri Melaka lebih cemerlang. Projek Kemenjadian Murid Melaka @ KM² telah digerakkan agar mencapai visi dan misi yang telah disasarkan. Semua pegawai di Jabatan Pendidikan Melaka, Pejabat Pendidikan Daerah dan pentadbir sekolah serta warga pendidik akan sentiasa memastikan pelaksanaan di peringkat sekolah selari dengan matlamat Kementerian Pendidikan Malaysia dan Pengarah Jabatan Pendidikan Melaka iaitu "Pendidikan Berkualiti, Insan Terdidik, Negara Sejahtera."

Saya mengucapkan setinggi tahniah dan syabas kepada semua pegawai Sektor Pembelajaran serta ahli panel warga pendidik yang bergabung tenaga dan idea dalam penghasilan modul ini. Sesungguhnya besar harapan kita semua agar Modul KM² ini dapat dimanfaatkan oleh para guru dengan sebaik-baik yang mungkin agar dapat memberikan kejayaan berimpak besar kepada Kemenjadian Murid Melaka @ KM² khususnya dalam peperiksaan Sijil Pelajaran Malaysia.

Sekian. Wassalam

Tn. Hj. Ismail Bin Hj. Alias
Timbalan Pengarah Sektor Pembelajaran
Jabatan Pendidikan Melaka

"PENDIDIKAN BERKUALITI, INSAN TERDIDIK, NEGARA SEJAHTERA"



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA
Jabatan Pendidikan Negeri Melaka

#jpnmelakajenamakerajaanno1

KATA PENGANTAR

KETUA PENOLONG PENGARAH KANAN UNIT SAINS DAN MATEMATIK SEKTOR PEMBELAJARAN JABATAN PENDIDIKAN MELAKA



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

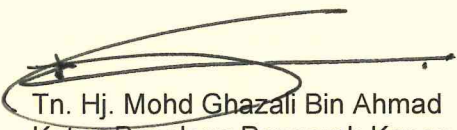
Modul KSSM bagi Mata Pelajaran Sains dan Matematik ini adalah merupakan inisiatif di bawah Projek Kemenjadian Murid Melaka @ KM². Projek KM² telah dilancarkan oleh Pengarah Pendidikan Melaka pada awal tahun 2020 dengan hasrat untuk meningkatkan kecemerlangan murid Melaka secara holistik.

Di bawah insiatif KM², modul dihasilkan khusus untuk rujukan guru-guru Sains dan Matematik. Kandungannya disusun bagi memudahkan guru-guru dalam menguasai dan menyampaikan Kandungan Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran (DSKP) dengan lebih terperinci, sistematik dan berkesan. Adalah menjadi harapan guru-guru dapat melaksanakan proses Pengajaran dan Pembelajaran (PdP) secara bersemuka atau atas talian (PdPR) dengan lebih berkesan.

Selain itu, modul ini merupakan bahan sokongan pembelajaran yang boleh membantu murid-murid dalam meningkatkan prestasi akademik ke tahap yang boleh dibanggakan. Sebagai usaha pemulaan modul ini dilengkapi dengan nota ringkas, teknik menjawab KSSM dan soalan-soalan latihan mengikut topik. Penambahbaikan akan dilaksanakan dari masa ke semasa agar selari dengan keperluan KSSM terkini.

Saya mewakili Unit Sains dan Matematik, Jabatan Pendidikan Melaka merakamkan setinggi-tinggi penghargaan kepada guru-guru panel pembina item Modul KSSM @ KM² di atas sumbangan dan kepakaran mereka sebagai penulis modul. Semoga Modul KSSM @ KM² yang disediakan ini dapat dimanfaatkan oleh semua pihak yang terlibat dengan penggunaan secara optimum. Adalah diharapkan modul ini dapat memberi impak yang besar sebagai bahan sokongan pembelajaran dan menyumbang kepada kemenjadian murid Melaka.

Sekian. Terima Kasih.


Tn. Hj. Mohd Ghazali Bin Ahmad
Ketua Penolong Pengarah Kanan
Unit Sains dan Matematik, Sektor Pembelajaran
Jabatan Pendidikan Melaka

“PENDIDIKAN BERKUALITI, INSAN TERDIDIK, NEGARA SEJAHTERA”



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA
Jabatan Pendidikan Negeri Melaka
#jpnmelakajenamakerajaanno1

**SENARAI NAMA AHLI PANEL PEMBINA MODUL KSSM @ KM²
MATA PELAJARAN MATEMATIK TAMBAHAN KSSM TINGKATAN 4**

NAMA GURU PANEL	NAMA SEKOLAH
WAN MALINA BINTI ABDULLAH (Guru Sumber)	SMK GAJAH BERANG
SITI SARAH BINTI OTHMAN (Guru Sumber)	SBP INTEGRASI SELANDAR
FOO YEE CHOW	SMK CANOSA CONVENT
WILLIAM TAN WEI LONG	SMK SIMPANG BEKOH
ANISAH BINTI ISMAIL	SMK SERI TANJUNG
BALQIS BINTI MUSTAFFA	SMK SERI TANJUNG
CHOCK TOK HENG	SMK DATUK BENDAHARA
MOHD ZAHARI BIN ARIFFIN	SMK TELOK MAS
CHENG BOON HAU	SMK TINGGI ST DAVID
TEH ENG AUN	SMK PEREMPUAN METHODIST
NOOR SUHADA BINTI MOHD ASRI	SMK ST FRANCIS
LEE HONG CHIN	SM SAINS MUZAFFAR SYAH
SAIFUL AZIZI BIN AHYAT	SMK KEM TERENDAK
AZAAED BIN AHMAD RADIN	SBP INTEGRASI SELANDAR

EDISI PERTAMA 2021

CETAKAN JABATAN PENDIDIKAN MELAKA

“PENDIDIKAN BERKUALITI, INSAN TERDIDIK, NEGARA SEJAHTERA”

BAB 1 – FUNGSI

CHAPTER 1 - FUNCTION

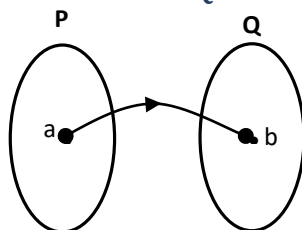
1.1 Fungsii / Function

“Back To Basics”

(A) Gambarajah anak panah / Arrow diagram

P : Domain

Q : Kodomain / Codomain



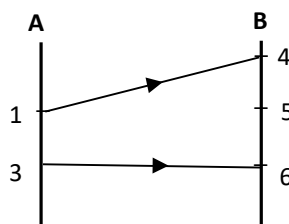
a ialah objek
a is an object

b ialah imej
b is an image

Dalam hubungan di atas, / *The relation above,*
b ialah imej bagi **a** ; / *b is an image of a*
a ialah objek bagi **b**. / *a is an object of b*

A : Domain

B : Kodomain / Codomain



Set { 4, 6 } ialah JULAT
bagi pemetaan drp. A ke B.
Set { 4, 6 } is RANGE for
the mapping from A to B.

Hubungan daripada A dengan B seperti ditunjukkan di atas
boleh diwakili dengan pasangan tertib $\{(1, 4), (3, 6)\}$
*Relation from A to B shown as above represented by ordered
pairs $\{(1, 4), (3, 6)\}$*

4 ialah imej bagi **1** ; / *4 is an image of 1*

Objek bagi **6** ialah **3**. / *Object of 6 is 3*

(B) Pengelasan Jenis-jenis hubungan

Jenis Hubungan <i>Type of relation</i>	Gambarajah anak panah <i>Arrow diagram</i>	Jenis Hubungan <i>Type of relation</i>	Gambarajah anak panah <i>Arrow diagram</i>
(a) Satu –kpd. – Satu One – to – one Setiap objek hanya mempunyai satu imej sahaja <i>One object has only one image</i>		(c) Banyak –kpd –Satu Many – to – one Imej mempunyai lebih daripada satu objek tetapi setiap objek hanya mempunyai satu imej. <i>Image have more than one objects but the object only has one image.</i>	
(b) Satu –kpd. –banyak One – to – many Objek mempunyai lebih daripada satu imej. <i>Object have more than one image.</i>		(d) Banyak –kpd –Banyak Many – to – many Objek mempunyai lebih daripada satu imej dan setiap imej mempunyai lebih daripada satu objek <i>Object have more than one image and image have more than one object.</i>	

(c) Fungsi ialah suatu hubungan khas di mana bagi setiap objek dalam domain, hanya terdapat satu dan hanya satu imej dalam kodomain.

Function is a special relation where every object in the domain, has one and only one image in the codomain.

Maka, jenis hubungan yang dikenal pasti sebagai fungsi

Hence, type of relation identified as a function

(i) Satu – kpd - Satu / *One-to-one*

(ii) Banyak – kepada – Satu / *Many-to-one*

Latihan / Exercise

1. Tentukan sama ada setiap berikut ialah suatu fungsi. Beri justifikasi anda.

Determine whether each of the following is a function. Give your justification.

1.	2.	3.
4.	5.	6.

Ujian Garis Mencancang / *Vertical Line Test*

Untuk menentukan sama ada graf tersebut ialah fungsi atau bukan. Jika garis mencancang memotong graf hanya pada satu titik, maka hubungan itu merupakan fungsi. Sebaliknya, jika garis mencancang itu tidak memotong mana-mana titik pada graf atau memotong lebih daripada satu titik, maka graf itu bukan fungsi.

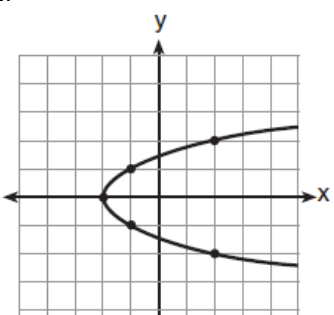
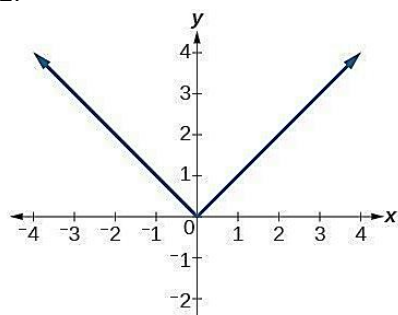
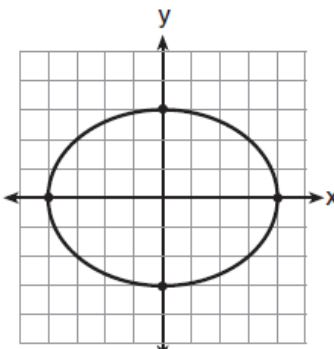
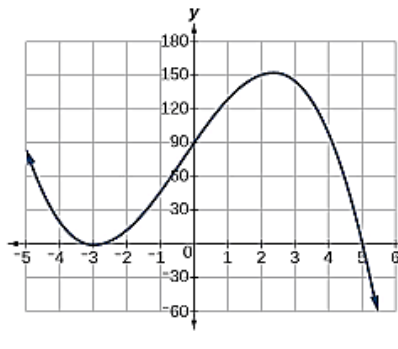
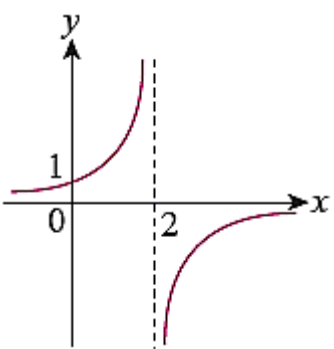
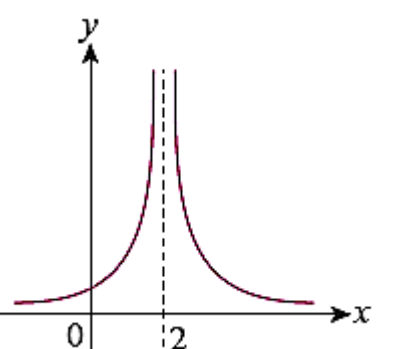
To determine whether the graph is a function or not. If the vertical line cut the graph at one point only, the relation is a function. Otherwise, if the line does not cut any points on the graph or cut more than one point, the graph is not a function.

1. Fungsi / <i>Function</i> garis itu memotong graf hanya pada satu titik sahaja. <i>the line cut the graph at one point only</i>	2. Bukan Fungsi / <i>Not a function</i> garis itu memotong dua titik pada graf. <i>the line cut two points on the graph</i>
--	--

Latihan / Exercise

2. Gunakan ujian garis mencancang untuk menentukan sama ada setiap graf berikut ialah fungsi.

Use vertical line test to determine whether each of the following is a function.

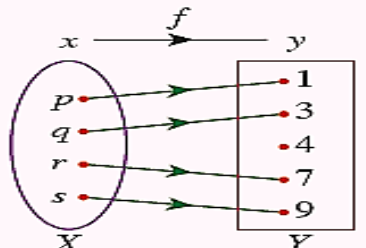
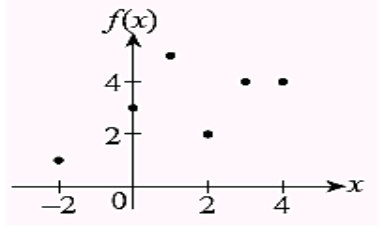
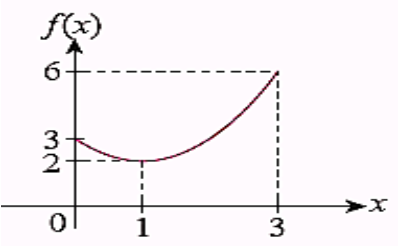
1. 	2. 
3. 	4. 
5. 	6. 

Latih Diri 1.1 [MS 6] / Self practice 1.1 [page 6]

Menentukan domain dan julat bagi suatu fungsi / Determine domain and range of a function

CTH.1 Tentukan domain, kodomain dan julat bagi setiap fungsi f yang berikut.

EX.1 Determine the domain, codomain and range of each of the following function.

		
i. Domain = ii. Kodomain / Codomain = iii. Julat / Range =	i. Domain = ii. Kodomain / Codomain = iii. Julat / Range =	i. Domain = ii. Kodomain / Codomain = iii. Julat / Range =

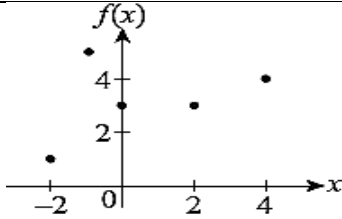
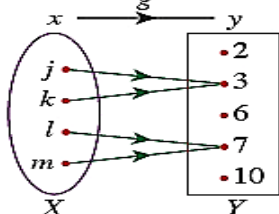
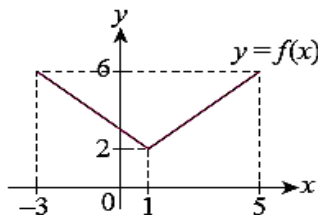
CTH. 2 Fungsi f ditakrifkan oleh $f : x \rightarrow |2x - 1|$. Lakarkan graf bagi f untuk domain $-1 \leq x \leq 2$ dan nyatakan julat f yang sepadan untuk domain itu.

EX.2 Function f is defined by $f : x \rightarrow |2x - 1|$. Sketch the graph of f for the domain $-1 \leq x \leq 2$ and state the range of f corresponding to the given domain.

Latihan/ Exercise

1. Tentukan domain, kodomain dan julat bagi setiap fungsi yang berikut.

Determine domain, codomain and range of each of the following function.

		
i. Domain = ii. Kodomain /Codomain = iii. Julat / Range =	i. Domain = ii. Kodomain /Codomain = iii. Julat / Range =	i. Domain = ii. Kodomain /Codomain = iii. Julat / Range =

2. Lakarkan graf fungsi yang berikut untuk domain $-2 \leq x \leq 4$. Seterusnya, nyatakan julat yang sepadan dengan domain yang diberi.

Sketch the graph of function for the given domain $-2 \leq x \leq 4$. Hence, state the range of f corresponding to the given domain.

a. $f : x \rightarrow x + 1$	b. $f(x) = 4 - 2x$	c. $f : x \rightarrow 2x - 5$
--	--	---

Menentukan imej suatu fungsi apabila objek diberi dan sebaliknya**Determine the image of a function when object is given and vice versa**

CTH.1 Menentukan imej suatu fungsi apabila objek diberi.

EX.1 Determine the image of a function when the object is given

Fungsi f ditakrifkan oleh $f : x \rightarrow 3x + \frac{5}{x}$, $x \neq 0$. CariFunction f is defined by $f : x \rightarrow 3x + \frac{5}{x}$, $x \neq 0$. Find(a) $f(5)$,(b) imej bagi 13 di bawah f , / image of 13 under f

Latihan / Exercise

1. Diberi fungsi $g : x \rightarrow x^2 - 3x$, cariGiven function $f : x \rightarrow 3x + \frac{5}{x}$, $x \neq 0$. Finda) $g(0)$ d) $g(2)$ b) $g(-4)$ e) $g(\frac{1}{3})$ c) $g(-\frac{1}{2})$ 2. Diberi fungsi $h : x \rightarrow \frac{6}{3-4x}$, cariGiven function $h : x \rightarrow \frac{6}{3-4x}$ Finda) $h(0)$ b) $h(1)$ c) $h(\frac{1}{2})$ d) $h(-3)$ e) $h(\frac{1}{4})$

Jawapan :

Jawapan :

CTH 2. Menentukan objek (x) suatu fungsi apabila imejnya diberi.

EX.2 Determine object (x) of a function when image is given

Diberi bahawa $f : x \rightarrow 4x - 3$, cari nilai bagi x jika

Given $f : x \rightarrow 4x - 3$, find the value of x if

(a) $f(x) = 17$.

(b) nilai x apabila imejnya ialah 8 / the value of x when the image is 8

Latihan / Exercise

1. Diberikan $g : x \rightarrow 2x^2 - 5$, hitung nilai-nilai y jika $g(y) = 45$. Given $g : x \rightarrow 2x^2 - 5$, calculate the values of y when $g(y) = 45$	2. Fungsi f ditakrifkan oleh $f : x \rightarrow 3x + \frac{5}{x}$, $x \neq 0$. Cari nilai-nilai x yang mungkin apabila imejnya ialah 8. Function f is defined by $f : x \rightarrow 3x + \frac{5}{x}$, $x \neq 0$. Find the possible values of x when their image is 8.
Jawapan :	Jawapan :

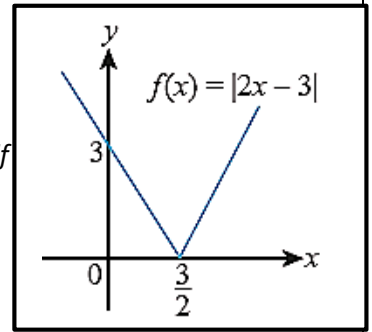
EX.3 Problems involving absolute value

Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada graf $f(x) = |2x - 3|$, cari

Diagram shows part of graph $f(x) = |2x - 3|$, find

- (a) nilai bagi $f(-2)$ dan $f(4)$, / the values of $f(-2)$ and $f(4)$
- (b) nilai-nilai x dengan keadaan $f(x) = 5$, / the values of x when $f(x)=5$
- (c) nilai-nilai x yang memetakan kepada diri sendiri, / the values of x which mapped to itself
- (d) domain bagi $f(x) < 1$, / domain for $f(x) < 1$
- (e) domain bagi $f(x) \geq 3$. / domain for $f(x) \geq 3$.

Penyelesaian / Solution :



$$f(x) = x$$

fungsi f memetakan x keatas x .
 fungsi f memetakan x keatas dirinya sendiri.
 "diri merujuk kepada 'x' "

Diberi fungsi $f: x \rightarrow |3x + 2|$.

Given function $f: x \rightarrow |3x + 2|$.

(a) Cari imej bagi $-2, -1, 0$, dan 2 . / Find the image of $-2, -1, 0$, dan 2

(b) Lakarkan graf bagi $f(x)$ bagi domain $-2 \leq x \leq 2$.

Seterusnya, nyatakan nilai julat $f(x)$ berdasarkan domain yang diberi.

Sketch the graph of $f(x)$ for domain $-2 \leq x \leq 2$. Hence, state the range of $f(x)$ based on the given domain.

(c) nilai-nilai x dengan keadaan $f(x) = 3$, / the values of x when $f(x)=3$

(e) domain bagi $f(x) < 1$, / domain for $f(x) < 1$

(f) domain bagi $f(x) \geq 3$. / domain for $f(x) \geq 3$.

Jawapan :

Case 1 : $a > 0$

The values of x that satisfy "less than ($<$)" inequality lies between intervals defined between $-a$ and a , excluding end points of the interval. On the other hand, values of x that satisfy "greater than ($>$)" inequality lies in two disjointed intervals.

$$|x| < a; \quad a > 0 \Rightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a; \quad a > 0 \Rightarrow x < -a \quad \text{or} \quad x > a \Rightarrow x \in (-\infty, -a) \cup (a, \infty)$$

Important aspect of these inequalities is that they can be used to express intervals in compact form. For example, range of cosecant trigonometric function is $x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$. Equivalently, we can write this interval as $|x| \geq 1$.

We extend these results to an expression as :

$$|f(x)| < a; \quad a > 0 \Rightarrow -a < f(x) < a$$

For inequality involving greater than comparison with a positive number represents union of two separate intervals.

$$|f(x)| > a; \quad a > 0 \Rightarrow f(x) < -a \quad \text{or} \quad f(x) > a$$

Latih Diri 1.3 [MS 10] / Self practice 1.3 [page 10]

Latihan Intensif 1.1 [MS 11] / Intensive practice 1.1 [page 11]

1.2 Fungsi Gubahan / 1.2 Composite Function

Gabungan secara penggantian dua fungsi f dan g untuk menghasilkan $f[g(x)]$ atau $g[f(x)]$ ini dikenali sebagai hasil gubahan dua fungsi dan ditulis sebagai $fg(x)$ atau $gf(x)$.

Combination by replacing two functions f and g to generate $f[g(x)]$ or $g[f(x)]$ is known as composition of two functions and is written as $fg(x)$ or $gf(x)$.

$fg(x)$ dibaca sebagai “ f gubahan g bagi x ” dan ditakrifkan oleh $fg(x) = f[g(x)]$.
 $fg(x)$ read as “ f composed with g of x ” and is defined by $fg(x) = f[g(x)]$.

Secara amnya / In general:

Diberi dua fungsi $f(x)$ dan $g(x)$, hasil gabungan dua fungsi yang ditulis sebagai $fg(x)$ atau $gf(x)$ ditakrifkan sebagai $fg(x) = f[g(x)]$ atau $gf(x) = g[f(x)]$.

Given two functions $f(x)$ and $g(x)$, the product of combination of two functions that written as $fg(x)$ or $gf(x)$ is defined by $fg(x) = f[g(x)]$ or $gf(x) = g[f(x)]$.

Aktiviti 1 / Activity 1



Keputusan bagi $f()$ adalah dihantar melalui $g()$

Dan ditulis sebagai : $(g \circ f)(x)$

Yang Bermaksud : $g[f(x)]$

Contoh / Example : $f(x) = 2x+3$ dan $g(x) = x^2$

Katakan kita namakan " x " itu sebagai "input": / Let say " x " as "input"

Maka/ Hence, $f(x) = 2x+3 \rightarrow f(\text{input}) = 2(\text{input}) + 3$

Dan/ And $g(x) = x^2 \rightarrow g(\text{input}) = (\text{input})^2$

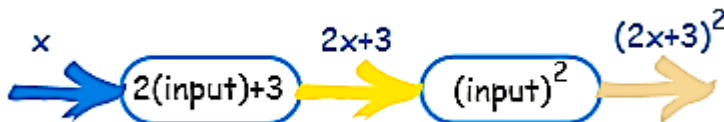
Kita mulakan dengan :

We start with :

$$(g \circ f)(x)$$

Mula ganti dengan f , kemudian ganti dengan g

Replace with f and then replace with g :



$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g[f(x)] \\ &= g[2(x)+3] \\ &= (2x+3)^2\end{aligned}$$

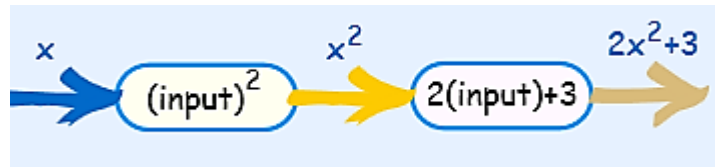
Apakan kesannya kalau kita songsangkan tertib bagi f dan g ?

What's the effect if we inversely get ordered for f and g ?

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)]$$

Mula ganti dengan g , kemudian ganti dengan f :

Replace with g and then replace with f :



$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f[g(x)] \\ &= f[(x)^2] \\ &= 2x^2 + 3\end{aligned}$$

Kita akan dapat dua keputusan yang berbeza!

We will get two different answers!

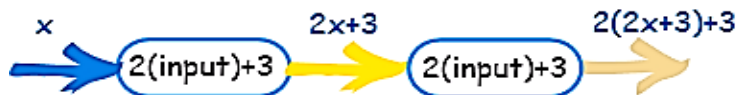
Gubahan Diri Sendiri [Pemetaan Kendiri] / Self mapping

Contoh / Example : $f(x) = 2x+3$

$$(f \circ f)(x) = f[f(x)] = f^2(x)$$

Mula ganti dengan f , kemudian ganti dengan f :

Replace with f and then replace with f :



$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f[f(x)] \\ &= f[2(x)+3] \\ &= 2(2x+3)+3 \\ &= 4x+9\end{aligned}$$

Dua fungsi ditakrifkan oleh $f : x \rightarrow 2x$ dan $g : x \rightarrow x^2 - 5$. Tentukan fungsi gubahan yang berikut.

Two functions is defined by $f : x \rightarrow 2x$ and $g : x \rightarrow x^2 - 5$. Determine the following composite function .

(a) fg	(b) gf	(c) f^2	(d) g^2

Latih Diri 1.4 [MS 14] / Self practice 1.4 [page 14]

Menentukan imej atau objek bagi suatu fungsi gubahan

Determine image or object of a composite function.

CTH / EX. Jika $f : x \rightarrow x - 1$ dan $g : x \rightarrow x^2 - 3x + 4$, cari

If $f : x \rightarrow x - 1$ and $g : x \rightarrow x^2 - 3x + 4$, find

(a) $fg(2)$ dan / and $gf(1)$,

(b) nilai-nilai x apabila $fg(x) = 7$.
the values of x if $fg(x) = 7$

Latih Diri 1.5 [MS 15] / Self Practice 1.5 [page 15]

Menentukan suatu fungsi apabila fungsi gubahan dan salah satu fungsinya diberi

Determine a function when the composite function and one of the function are given

Mencari fungsi komponen yang lain jika diberi / Find the other function if given

- fungsi gubahan dan / composite function
- salah satu daripada fungsi komponen / one of the function

Jenis 1 (Jenis yang lebih mudah) / Type 1

Diberi fungsi fg dan f , cari fungsi g . Atau gf dan g , cari fungsi f .

Given function fg and f , find function g . Or gf and g , find function f .

CTH. Diberi fungsi $f : x \rightarrow 2x + 3$ dan $fg : x \rightarrow 6x - 1$, cari fungsi g .

EX. Given function $f : x \rightarrow 2x + 3$ and $fg : x \rightarrow 6x - 1$, find function g .

Jawapan / Answer:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x + 3 \\ fg(x) &= 6x - 1 \\ \text{Cari } g(x) \text{ daripada } fg(x) &= 6x - 1 \\ f[g(x)] &= 6x - 1 \\ 2g(x) + 3 &= 6x - 1 \\ 2g(x) &= 6x - 4 \\ \therefore g(x) &= 3x - 2 \end{aligned}$$

Latihan / Exercise :-

1. Diberi fungsi $f : x \rightarrow 2x - 3$ dan $fg : x \rightarrow 2x + 3$, cari fungsi g .

Given function $f : x \rightarrow 2x - 3$ and $fg : x \rightarrow 2x + 3$, find function g .

Jawapan / Answer :

2. Diberi fungsi $g : x \rightarrow x + 3$ dan $gf : x \rightarrow 2x$, cari fungsi f .

Given function $g : x \rightarrow x + 3$ and $gf : x \rightarrow 2x$, find function f .

Jawapan / Answer :

3. Diberi fungsi $f : x \rightarrow 3x + 4$ dan $fg : x \rightarrow 6x + 1$, cari fungsi g .

Given function $f : x \rightarrow 3x + 4$ and $fg : x \rightarrow 6x + 1$, find function g .

Jawapan / Answer :

4. Diberi fungsi $g : x \rightarrow 2x$ dan $gf : x \rightarrow 4 - 2x$, cari fungsi f .

Given function $g : x \rightarrow 2x$ and $gf : x \rightarrow 4 - 2x$, find function f .

Jawapan / Answer :

5. Diberi fungsi $h : x \rightarrow 1 - x$ dan $hg : x \rightarrow 1 - 3x^2$, cari fungsi g .

Given function $h : x \rightarrow 1 - x$ dan $hg : x \rightarrow 1 - 3x^2$, find function g .

Jawapan / Answer :

6. Diberi fungsi $h : x \rightarrow 3x + 1$ dan $hf : x \rightarrow 7 - 9x^2$, cari fungsi f .

Given function $h : x \rightarrow 3x + 1$ and $hf : x \rightarrow 7 - 9x^2$, find function f .

Jawapan / Answer :

Jenis 2 (Jenis Lebih Mencabar) / Type 2

Diberi fungsi f dan gf , cari fungsi g . Atau Diberi fungsi g dan fg , cari fungsi f .

Given function f and gf , find function g . Or given function g and fg , find function f .

Contoh / Example :

Diberi fungsi $f : x \rightarrow 2x - 5$ dan $gf : x \rightarrow 10x - 25$, cari fungsi g .

Given function $f : x \rightarrow 2x - 5$ and $gf : x \rightarrow 10x - 25$, find function g .

Jawapan / Answer :

$$f(x) = 2x - 5$$

$$\text{Katakan } y = f(x)$$

$$\text{Maka, } g[y] = 10x - 25$$

$$gf(x) = 10x - 25$$

$$y = 2x - 5$$

$$= 10\left(\frac{y+5}{2}\right) - 25$$

Cari $g(x)$ drp.

$$gf(x) = 10x - 25$$

$$x = \frac{y+5}{2}$$

$$= 5y - 20$$

$$g[f(x)] = 10x - 25$$

$$g(x) = 5x - 20$$

Latihan / Exercise :-

1. Diberi fungsi $f : x \rightarrow 2x - 3$ dan $gf : x \rightarrow 2x$, cari fungsi g .

Given function $f : x \rightarrow 2x - 3$ and $gf : x \rightarrow 2x$, find function g .

Jawapan / Answer :

2. Diberi fungsi $g : x \rightarrow x + 3$ dan $fg : x \rightarrow 2x + 3$, cari fungsi f .

Given function $g : x \rightarrow x + 3$ and $fg : x \rightarrow 2x + 3$, find function f .

Jawapan / Answer :

3. Diberi fungsi $f : x \rightarrow 3x + 4$ dan $gf : x \rightarrow 6x + 7$, cari fungsi g .

Given function $f : x \rightarrow 3x + 4$ and $gf : x \rightarrow 6x + 7$, find function g .

Jawapan / Answer :

4. Diberi fungsi $g : x \rightarrow 2x - 1$ dan $fg : x \rightarrow 6x + 1$, cari fungsi f .

Given function $g : x \rightarrow 2x - 1$ and $fg : x \rightarrow 6x + 1$, find function f .

Jawapan / Answer :

Menyelesaikan masalah melibatkan fungsi gubahan
Solve problems involving composite function

CTH. 1 Fungsi f ditakrifkan oleh $f : x \rightarrow \frac{1}{x^2}, x \neq 0$.

EX. 1 Function f is defined by $f : x \rightarrow \frac{1}{x^2}, x \neq 0$.

(a) Ungkapkan $f^2(x)$, $f^3(x)$ dan $f^4(x)$ dalam bentuk yang paling ringkas.

Express $f^2(x)$, $f^3(x)$ and $f^4(x)$ in simplest form.

(b) Seterusnya, cari $f^{22}(x)$ dan $f^{33}(x)$.

Hence, find $f^{22}(x)$ and $f^{33}(x)$.

CTH. 2 Jumlah pengeluaran barangan sehari, q , oleh sebuah kilang bergantung kepada bilangan pekerja, n , dan fungsinya dimodelkan oleh $q(n) = 10n - \frac{1}{4}n^2$. Jumlah pendapatan sehari, r , dalam RM, yang diterima daripada jualan q barangan pula dimodelkan oleh fungsi $r(q) = 40q$. Tentukan jumlah pendapatan kilang itu.

EX. 2 Total production of q goods per day by a factory depends on the number of workers, n , and the function is modelled by $q(n) = 10n - \frac{1}{4}n^2$. Total revenue per day, r , in RM, received from the sale of q goods is modelled by the function $r(q) = 40q$. Determine the total revenue of the factory.

1.3 Fungsi Songsang / Inverse Function

Membuat dan mengesahkan konjektur berkaitan sifat-sifat fungsi songsang

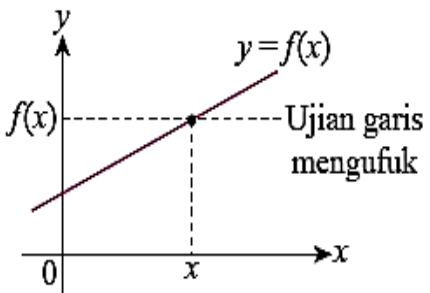
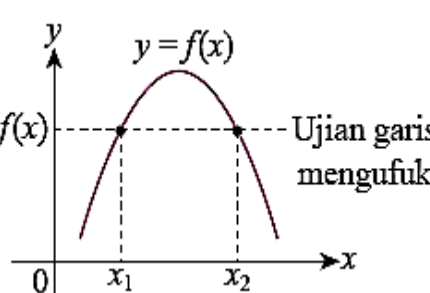
Making and verifying conjectures related to the properties of inverse function

(A) Ujian Garis Mengufuk / Horizontal line test

Untuk menentukan sama ada graf bagi suatu fungsi itu mempunyai fungsi songsang, ujian garis mengufuk boleh dilakukan.

To determine whether the graph of a function has an inverse function, carry out the horizontal line test.

- Jika garis mengufuk itu memotong suatu graf fungsi hanya pada satu titik, maka jenis fungsinya ialah satu dengan satu dan fungsi tersebut mempunyai fungsi songsang.
If the horizontal line cut the graph at only one point, then this type of function is one-to-one function and it has an inverse function.
- Sebaliknya, jika garis mengufuk itu memotong suatu graf fungsi pada dua titik atau lebih, maka jenis fungsi itu bukan satu dengan satu dan fungsi tersebut tidak mempunyai fungsi songsang.
Conversely, if the horizontal line cut the graph at two or more points, then this type of function is not one-to-one and it has no inverse function.

	
f mempunyai fungsi songsang f has an inverse function	f tidak mempunyai fungsi songsang f does not have an inverse function

(B) Jika $fg(x) = x$ dan $gf(x) = x$, maka $g(x)$ ialah songsang bagi $f(x)$ dan sebaliknya

If $fg(x) = x$ and $gf(x) = x$, then $g(x)$ is an inverse function of $f(x)$ and vice versa.

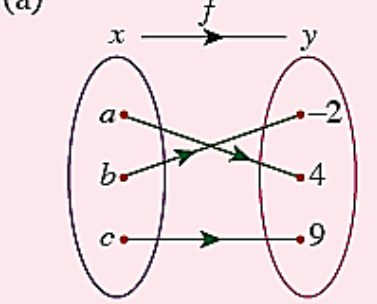
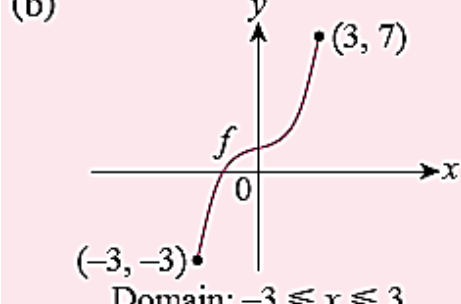
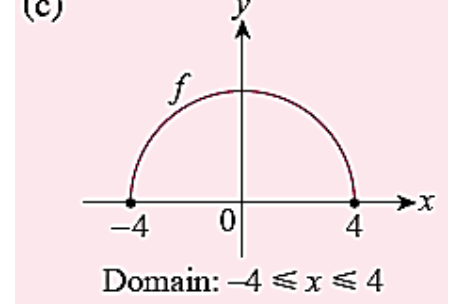
CTH. Sahkan kebenaran bahawa fungsi $f(x) = 3 - 2x$ mempunyai fungsi songsang, $g(x) = \frac{3-x}{2}$.

EX. Verify that the function $f(x) = 3 - 2x$ has an inverse function of $g(x) = \frac{3-x}{2}$

Latihan / Exercise

1. Tentukan sama ada setiap fungsi f berikut mempunyai fungsi songsang atau tidak. Berikan sebab bagi jawapan anda.

Determine whether each of the following function f has an inverse function or not. Give your reason.

(a) 	(b) 	(c) 
Jawapan / Answer:	Jawapan / Answer:	Jawapan / Answer:

2. Adakah fungsi f dan g berikut ialah fungsi songsang antara satu sama lain? Sahkan kebenarannya dengan menggunakan hubungan $fg(x) = gf(x) = x$.

Is the following function f and g has an inverse function of each other? Verify the truth by applying $fg(x) = gf(x) = x$.

(a) $f(x) = 3x - 2$ dan / and $g(x) = \frac{x+2}{3}$	(b) $f(x) = \frac{2x}{x-3}, x \neq 3$ dan / and $g(x) = \frac{3x}{x-2}, x \neq 2$
---	--

(c) $f(x) = \frac{2}{x-3}$, $x \neq 3$ dan / and $g(x) = \frac{3x-2}{x}$, $x \neq 0$	(d) $f(x) = 2 + 5x$ dan / and $g(x) = \frac{x-5}{2}$
--	--

Menentukan fungsi songsang / *Determine inverse function*

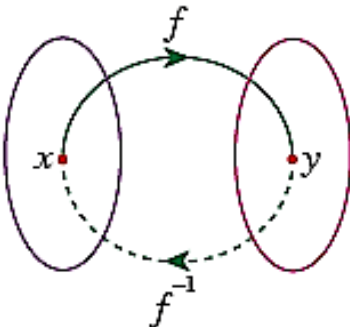
“Back To Basic”

Diberi y , Ungkapkan x dalam sebutan y .

Given y , express x in terms of y .

1. $y = 3x - 2$, maka/ then $x =$ $3x - 2 = y$ $3x = y + 2$ $x = \frac{y+2}{3}$	2. $y = 4x - 2$, maka/ then $x =$ $4x - 2 = y$ $4x =$ $x =$
3. $y = 3 - 6x$, maka/ then $x =$	4. $y = 4 - 5x$, maka/ then $x =$

5. $y = 3 + 5x$, maka/ then $x =$	6. $y = 10x - 4$, maka/ then $x =$
------------------------------------	-------------------------------------

	CTH 1. Diberi $f(x) = 2x - 3$, Cari EX 1. Given $f(x) = 2x - 3$, find (a) $f^{-1}(x)$, (b) $f^{-1}(5)$	
	(a) Diberi/ Given $f(x) = 2x - 3$, Maka/ Then $f^{-1}(2x - 3) = x$. $f^{-1}(y) = x$ bila/ when $y = 2x - 3$ $y + 3 = 2x$ $x = \frac{y+3}{2}$ $f^{-1}(x) = \frac{y+3}{2}$ $\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$	(b) $f^{-1}(5)$ $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$ $f^{-1}(5) = \frac{5+3}{2}$ $= \frac{8}{2}$ $= 4$

Latihan / Exercise

1. Diberi $f : x \rightarrow 4 + 8x$, cari f^{-1} dan $f^{-1}(2)$ Given $f : x \rightarrow 4 + 8x$, find f^{-1} and $f^{-1}(2)$	2. Diberi $g : x \rightarrow 10 - 2x$, cari g^{-1} dan $g^{-1}(1)$ Given $g : x \rightarrow 10 - 2x$, find g^{-1} and $g^{-1}(1)$
3. Diberi $f : x \rightarrow 4 - 3x$, cari f^{-1} dan $f^{-1}(-2)$ Given $f : x \rightarrow 4 - 3x$, find f^{-1} and $f^{-1}(-2)$	4. Diberi $g : x \rightarrow 5 + 6x$, cari g^{-1} dan $g^{-1}(-6)$ Given $g : x \rightarrow 5 + 6x$, find g^{-1} and $g^{-1}(-6)$
5. Diberi $f : x \rightarrow 5 + 2x$, cari f^{-1} dan $f^{-1}(\frac{1}{3})$	6. Diberi $g : x \rightarrow 3 - 2x$, cari g^{-1} dan $g^{-1}(\frac{2}{3})$

<i>Given $f : x \rightarrow 5 + 2x$, find f^{-1} and $f^{-1}(\frac{1}{3})$</i>	<i>Given $g : x \rightarrow 3 - 2x$, find g^{-1} and $g^{-1}(\frac{2}{3})$</i>
7. Diberi $f : x \rightarrow 6x - 15$, cari f^{-1} dan $f^{-1}(-\frac{1}{2})$ <i>Given $f : x \rightarrow 6x - 15$, find f^{-1} and $f^{-1}(-\frac{1}{2})$</i>	8. Diberi $g : x \rightarrow 3 - \frac{3}{4}x$, cari g^{-1} dan $g^{-1}(-\frac{4}{7})$ <i>Given $g : x \rightarrow 3 - \frac{3}{4}x$, find g^{-1} and $g^{-1}(-\frac{4}{7})$</i>

Latih Diri 1.10 [MS28] / Self Practice 1.10 [page 28]

Latihan Intensif 1.3 [MS29] / Intensive practice 1.3 [page 29]